

УДК 441.51

**ПОСТРОЕНИЕ ДИСПЕРСНЫХ СООТНОШЕНИЙ ДЛЯ
НОРМАЛЬНЫХ УПРУГИХ ВОЛН В ОРТОТРОПНЫХ
ВОЛНОВОДАХ ТРЕУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ**

А.М. Литвин

*Приазовский Государственный Технический Университет, Мариуполь
e-mail: anna.litvin@mail.ru*

Среди множества задач большое практическое применение имеют задачи о распространении упругих ультразвуковых волн, поскольку они широко используются в качестве средства передачи, преобразования и обработки сигнальной информации.

В данной работе предложена вариационная методика получения дисперсионных функций, которые описывают спектры гармонических нормальных упругих волн для волноводов, имеющих пространственное геометрическое строение в виде протяженных анизотропных призматических тел треугольного поперечного сечения с фиксированной боковой поверхностью. Материал рассматриваемых волноводов обладает симметрией упругих свойств орторомбической системы.

Преобразование исходного вариационного равенства для задачи о распространении нормальных волн по рассматриваемому волноводу осуществляется на основе введения разрешающей функции системы уравнений движения прямолинейно ортотропной упругой среды в перемещениях. Разрешающая функция вводится в виде разложений по базисной системе полиномиальных функций двух переменных, которые удовлетворяют заданным однородным условиям для упругих перемещений на граничных линиях треугольного сечения. Таким образом, искомая дисперсионная функция представляется в виде

$$F(x_1, x_2) = \frac{\omega_1^5 \omega_2^5 \omega_3^5}{((N+1)!)^3} \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N A_{ij} \varphi_{ij}$$

где $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ - левые части нормальных уравнений границ треугольника, полученного в поперечном сечении волновода,

В результате подынтегральное выражение вариационного соотношения представляется единственным слагаемым, имеющим полиномиальную аналитическую форму, и вариационное соотношение принимает вид:

$$\iint_{S_{\Delta}} \left(\tilde{L} \sum_{j=0}^{\infty} A_j \varphi_j \right) L_1 \varphi_k dx dy = 0,$$

где \tilde{L}, L_1 - операторы, содержащие частные производные, φ_j - базисные функции, φ_k - выбранные в качестве вариаций базисные функции.

Получена бесконечная система линейных алгебраических уравнений, последующее решение которой дает коэффициенты A_j в разложении разрешающей функции по системе базисных функций. При этом сама искомая дисперсионная функция построена в форме редуцированного бесконечного определителя, элементы которого выражены в аналитическом виде и зависят от двух параметров: частоты и волнового числа нормальной волны.

Задача сводится к построению методики асимптотического и численного анализа дисперсионного определителя. В результате численного решения системы предъявленная методика реализована для волноводов с различным соотношением между высотой и основанием равнобедренного треугольника при постоянной площади, равной 1. Например, дисперсионные кривые для случая, когда основание треугольника в 2 раза больше высоты изображены на рис. 1, где горизонтальная ось соответствует волновому числу волны, а вертикальная – собственной частоте.

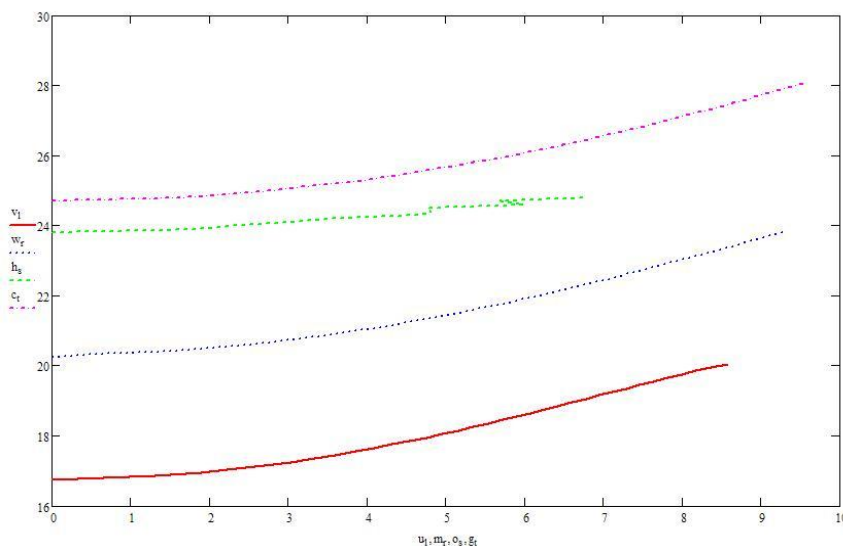


Рис. 1. Дисперсионные кривые

Из сравнения дисперсионных кривых следует, что при постоянной площади, чем больше основание, и соответственно меньше высота, равнобедренного треугольника, полученного в сечении бесконечного анизотропного призматического волновода из сегнетовой соли, тем большей собственной частотой, соответствующей нижней и другим модам, обладает нормальная волна, распространяющаяся по волноводу при одних и тех же значениях волнового числа k .

Литература

1. Космодамианский А.С., Сторожев В.И. Динамические задачи теории упругости для анизотропных сред. – Киев: Наукова думка, 1985. – 176 с.
2. Микер Т., Мейтцлер А. Волноводное распространение в протяженных цилиндрах и пластинах // Физическая акустика / Под. ред. У. Мэзона. Часть 1А. – М.: Мир. – 1966. – С. 140–203.
3. Шульга Н.А., Болчисев А.М. Колебания пьезокристаллических тел. – Киев: Наукова думка, 1991.